工作秘密 严禁外传
擅自泄露 严肃追责

成都市2020级高中毕业班第二次诊断性检测

数　学(文科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第Ⅰ卷(选择题)1至2页,第Ⅱ卷(非选择题)3至4页,共4页,满分150分,考试时间120分钟。

注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用0.5毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

第Ⅰ卷　(选择题,共60分)

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $A=\{x\mid 2<x\leqslant 4\}$,则

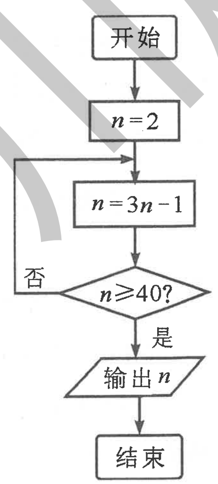
(A) $1\in A$　(B) $2\in A$　(C) $3\notin \complement_{\mathbf{R}}A$　(D) $4\in \complement_{\mathbf{R}}A$

2. 函数 $f(x)=\cos(x+\frac{3\pi}{2})+\cos x$ 的最小正周期为

(A) $\frac{\pi}{2}$　(B) π
(C) 2π　(D) 4π

3. 执行如图所示的程序框图,输出的 n 的值为

(A) 40　(B) 41
(C) 119　(D) 122



4. 若实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y-1\geqslant 0,\\ x+y-3\leqslant 0,\\ y\geqslant 0.\end{cases}$ 则 $\frac{y}{x}$ 的最大值为

(A) 0　(B) $\frac{1}{3}$　(C) $\frac{1}{2}$　(D) 2

5. 设 F_1,F_2 分别是双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点. P 为双曲线 C 右支上一点,若 $\angle F_1PF_2=\frac{\pi}{2}$,$|PF_2|=2a$,则双曲线 C 的离心率为

(A) $\sqrt{5}$　(B) 2　(C) $\sqrt{3}$　(D) $\sqrt{2}$

6. 某同学计划2023年高考结束后,在 A,B,C,D,E 五所大学中随机选两所去参观,则 A 大学恰好被选中的概率为

(A) $\frac{1}{5}$　(B) $\frac{2}{5}$　(C) $\frac{3}{5}$　(D) $\frac{4}{5}$

7. 已知命题 p:空间中两条直线没有公共点,则这两条直线平行;命题 q:空间中三个平面 α,β,γ,若 $\alpha\perp\gamma,\beta\perp\gamma,\alpha\cap\beta=l$,则 $l\perp\gamma$.则下列命题为真命题的是

(A) $p\wedge q$　(B) $p\wedge\neg q$　(C) $p\vee\neg q$　(D) $\neg p\wedge q$

8. 已知过抛物线 $C:y=\frac{x^2}{8}$ 的焦点 F,且倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$ 的直线 l 交抛物线 C 于 A,B 两点,则 $|AB|=$

(A) 32　(B) $\frac{32}{3}$　(C) $\frac{28}{3}$　(D) 8

9. 若函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)=-f(x)$,且当 $x\in[0,1]$ 时,$f(x)=\frac{x}{4-2x}$,则 $f(23)=$

(A) -1　(B) $-\frac{1}{2}$　(C) 0　(D) $\frac{1}{2}$

10. 若正三棱锥 $P-ABC$ 的高为2,$AB=2\sqrt{6}$,其各顶点都在同一球面上,则该球的半径为

(A) $\sqrt{5}$　(B) $\sqrt{6}$　(C) $2\sqrt{2}$　(D) 3

11. 已知 $a=\frac{1}{2023}$,$b=\ln\frac{2024}{2023}$,$c=\log_5\frac{2024}{2023}$,则

(A) $c<b<a$　(B) $c<a<b$　(C) $b<c<a$　(D) $a<b<c$

12. 在△ABC 中,已知 $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{DC}$,$AC=3BC=3$,$\sin\angle BDC=3\sin\angle BAC$,则△$ABC$ 的面积为

(A) $\frac{1}{6}$　(B) $\frac{1}{3}$　(C) $\frac{\sqrt{2}}{3}$　(D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

第Ⅱ卷 （非选择题，共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．把答案填在答题卡上．

13. 复数 $z=2i+i^2+i^3$（i 为虚数单位），则 $|z|$ 的值为______ ．

14. 已知 $\tan\theta=2$，则 $\cos 2\theta=$______ ．

15. 函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2+1$ 的极大值为______ ．

16. 若直线 $l_1: x+my-2=0$ 与 $l_2: mx-y+2=0(m\in\mathbf{R})$ 相交于点 P，过点 P 作圆 $C: (x+2)^2+(y+2)^2=1$ 的切线，切点为 M，则 $|PM|$ 的最大值为______ ．

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17.（本小题满分 12 分）

某中学为了丰富学生的课余生活，欲利用每周一下午的自主活动时间，面向本校高二学生开设“厨艺探秘”“盆景栽培”“家庭摄影”“名画鉴赏”四门选修课，由学生自主申报，每人只能报一门，也可以不报．该校高二有两种班型——文科班和理科班（各有 2 个班），据调查这 4 个班中有 100 人报名参加了此次选修课，报名情况统计如下：

	厨艺探秘	盆景栽培	家庭摄影	名画鉴赏
文科 1 班	11	5	14	6
文科 2 班	12	7	11	4
理科 1 班	3	1	9	3
理科 2 班	5	1	6	2

（Ⅰ）若把“厨艺探秘”“盆景栽培”统称为“劳育课程”，把“家庭摄影”“名画鉴赏”统称为“美育课程”．请根据所给数据，完成下面的 2×2 列联表：

报名班型	课　程		合　计
	“劳育课程”	“美育课程”	
文科班			
理科班			
合　计			

（Ⅱ）根据（Ⅰ）列联表中所填数据，判断是否有 99% 的把握认为课程的选择与班型有关．

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$．

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.50	0.40	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005
k_0	0.455	0.708	1.323	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879

18.（本小题满分 12 分）

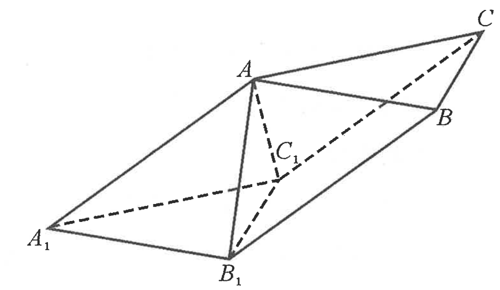
已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 3，且 a_1, a_2+3, a_3-6 成等差数列．

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）求数列 $\{na_n\}$ 的前 n 项和 T_n．

19.（本小题满分 12 分）

如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle AB_1C_1$ 均是边长为 2 的正三角形，且 $AA_1=\sqrt{6}$．



（Ⅰ）证明：平面 $AB_1C_1\perp$ 平面 $A_1B_1C_1$；

（Ⅱ）求四棱锥 $A-BB_1C_1C$ 的体积．

20.（本小题满分 12 分）

已知中心为坐标原点 O，对称轴为坐标轴的椭圆 C 经过 $P(\sqrt{3},\frac{2\sqrt{6}}{3})$，$Q(\sqrt{6},\frac{2\sqrt{3}}{3})$ 两点．

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）设过点 $(0,1)$ 的直线 l 与椭圆 C 相交于 A，B 两点，$2\overrightarrow{OD}=3\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OA}$，且点 E 在椭圆 C 上，求直线 l 的方程．

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{e^x}{x^a}$，其中 $x>0, a>0$．

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）若方程 $\dfrac{f(x)}{e}=x-a\ln x$ 恰有两个不相等的实数根，求 a 的取值范围．

请考生在第 22，23 题中任选择一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分．作答时，用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑．

22.（本小题满分 10 分）选修 4—4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=3t^2\\ y=3t\end{cases}$（$t$ 为参数）．以坐标原点 O 为极点，x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $2\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{6})=3$．

（Ⅰ）求直线 l 的直角坐标方程与曲线 C 的普通方程；

（Ⅱ）已知点 P 的直角坐标为 $(-3,2\sqrt{3})$，直线 l 与曲线 C 相交于 A，B 两点，求 $|PA|+|PB|$ 的值．

23.（本小题满分 10 分）选修 4—5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x+1|+2|x-2|$．

（Ⅰ）画出 $y=f(x)$ 的图象；

（Ⅱ）求不等式 $f(x+2)>f(x)$ 的解集．