

成都石室中学 2021~2022 学年度上期高 2022 届 10 月月考 理科数学

(全卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

注意事项:

- 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在本试卷和答题卡相应位置上。
- 作答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案。答案不能答在试卷上。
- 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答。答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新答案; 不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
- 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后, 将试卷和答题卡一并交回。

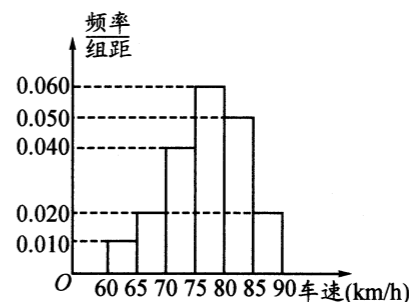
一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

- 已知集合 $A = \{(x, y) | y = 1\}$, $B = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 2\}$, 则集合 $A \cap B$ 中含有的元素有
A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 无数个
- 若复数 $z = \frac{1+2i}{1-i}$ (i 为虚数单位), 则 z 的共轭复数 \bar{z} 在复平面内对应的点所在象限为
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- 已知函数 $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - \log_2 x$, 若实数 x_0 是方程 $f(x) = 0$ 的解, 且 $0 < x_1 < x_0$, 则 $f(x_1)$ 的值
A. 等于 0 B. 不大于 0 C. 恒为正值 D. 恒为负值
- 下列命题中, 是真命题的为
A. $\forall x \in \mathbf{R}, \ln(x-1)^2 \geq 0$ B. $\forall x \in \mathbf{R}, (\sin x - 1)^2 < 4$
C. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, \frac{1}{2^{x_0}} \leq 1$ D. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, \sin x_0 = -\frac{\pi}{3}$
- 已知定义在 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 满足对于任意的 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x) = f(2-x)$. 若 $f(-1) = 1$, 则 $f(2021) =$
A. 1 B. -1 C. 0 D. 不能确定
- 已知 $x, y > 0$, 且 $xy = 2x + 3y$, 则 $3x + 2y$ 的最小值是
A. $2\sqrt{5}$ B. $5\sqrt{2}$ C. 20 D. 25
- 中国的 5G 技术领先世界, 5G 技术极大地提高了数据传输速率, 最大数据传输速率 C 取决于信道带宽 W , 经科学研究表明: C 与 W 满足 $C = W \log_2 \left(1 + \frac{S}{N}\right)$, 其中 S 是信道内信号的平均功率, N 是信道内部的高斯噪声功率, $\frac{S}{N}$ 为信噪比. 当信噪比较大时, 上式真数中的 1 可以忽略不计. 若不改变带宽 W , 而将信噪比 $\frac{S}{N}$ 从 1000 提升至 4000, 则 C 大约增加了 (参考数据: $\lg 2 \approx 0.3010$)
A. 10% B. 20% C. 30% D. 40%

8. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_2 + a_8 + a_{11} = 60$, 则 S_{13} 值是

- A. 130 B. 260 C. 390 D. 520

9. 某研究机构为了实时掌握当地新增高速运行情况, 在某服务区从小型汽车中抽取了 80 名驾驶员进行问卷调查, 将他们在某段高速公路的车速 (km/h) 分成六段: $[60, 65)$, $[65, 70)$, $[70, 75)$, $[75, 80)$, $[80, 85)$, $[85, 90]$, 得到如图所示的频率分布直方图. 下列结论错误的是



- A. 这 80 辆小型车辆车速的众数的估计值为 77.5
B. 这 80 辆小型车辆车速的中位数的估计值为 77.5
C. 这 80 辆小型车辆车速的平均数的估计值为 77.5
D. 在该服务区任意抽取一辆车, 估计车速超过 75 km/h 的概率为 0.65
10. 已知 $f(x) = x + \frac{4}{x}$, $g(x) = x^2 - ax + 1$, 若对 $\forall x_1 \in [1, 3]$, $\exists x_2 \in [1, 3]$, 使得 $f(x_1) \geq g(x_2)$, 则实数 a 的取值范围是
A. $[-2, +\infty)$ B. $[2, +\infty)$ C. $(-\infty, -2]$ D. $(-\infty, 2]$
11. 函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$ ($\omega > 0$) 在 $(0, \pi)$ 内有且仅有一个极大值点, 则 ω 的取值范围为
A. $\left(\frac{1}{3}, \frac{7}{3}\right]$ B. $\left[\frac{1}{3}, +\infty\right)$ C. $\left(0, \frac{1}{3}\right]$ D. $\left(\frac{1}{3}, \frac{10}{3}\right]$
12. 设实数 a, b 满足 $5^a + 11^b = 18^a$, $7^a + 9^b = 15^b$, 则 a, b 的大小关系为
A. $a < b$ B. $a = b$ C. $a > b$ D. 无法比较

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 某校在一次月考中约有 600 人参加考试, 数学考试的成绩服从正态分布 $X \sim N(90, a^2)$ ($a > 0$, 试卷满分 150 分). 统计结果显示数学考试成绩在 70 分到 110 分之间的人数约为总人数的 $\frac{3}{5}$, 则此次月考中数学考试成绩不低于 110 分的学生约有 人.
14. $(1-2x)(1+x)^4$ 展开式中 x^3 的系数为 .
15. 一条路上有 10 盏路灯, 为节约资源, 准备关闭其中的 3 盏. 为安全起见, 不能关闭两端的路灯, 也不能关闭任意相邻的两盏路灯. 则不同的关闭路灯的方法有 种.
16. 已知函数 $f(x) = a \ln x - 3x$, 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f(x+1) + 3e^x \geq ax$ 恒成立, 则实数 a 的最大值为 .

版权所有 盗版必究 严禁影印网传

三、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答; 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题满分 12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $a = \sqrt{6}, b = 4, B = 2A$.

(1) 求 $\cos A$ 的值;

(2) 求 c 的值.

▲

18. (本小题满分 12 分) 一批产品需要进行质量检验, 检验方案是: 先从这批产品中任取 2 件作检验, 这 2 件产品中优质品的件数记为 n . 如果 $n = 1$, 那么再从这批产品中任取 2 件作检验, 若都为优质品, 则这批产品通过检验; 如果 $n = 2$, 那么再从这批产品中任取 1 件作检验, 若为优质品, 则这批产品通过检验; 其他情况下, 这批产品都不能通过检验. 假设这批产品的优质品率为 80%, 即取出的产品是优质品的概率都为 $\frac{4}{5}$, 且各件产品是否为优质品相互独立.

(1) 求这批产品通过检验的概率;

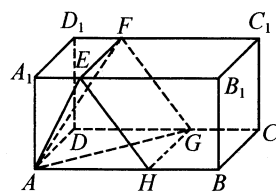
(2) 已知每件产品检验费用为 100 元, 凡抽取的每件产品都需要检验, 对这批产品作质量检验所需的费用记为 X (单位: 元), 求 X 的分布列及均值 (数学期望).

▲

19. (本小题满分 12 分) 如图, 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 8, AD = 5, AA_1 = 4, E, F$ 分别是 A_1B_1, C_1D_1 上的点, 且 $A_1E = D_1F = 2$, 过直线 EF 的平面 α 与 CD, AB 分别交于点 G, H .

(1) 求证: 四边形 $EFGH$ 是矩形;

(2) 若四边形 $EFGH$ 是正方形, 求直线 AF 与平面 α 所成的角的正弦值.



▲

20. (本小题满分 12 分) 设椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 下顶点为 A , 线段 OA (O 为坐标原点) 的中点为 B . 若抛物线 $C_2: y = x^2 - 1$ 的顶点为 B , 且经过点 F_1, F_2 .

(1) 求椭圆 C_1 的方程;

(2) 设 $M(0, -\frac{4}{5})$, N 为抛物线 C_2 上的一动点, 过点 N 作抛物线 C_2 的切线与椭圆 C_1 交于点 P, Q , 求

$\triangle MPQ$ 面积的最大值.

▲

21. (本小题满分 12 分) 已知 $f(x) = e^x - e^{-2x} - kx, k \in \mathbf{R}$.

(1) 若 $f(x)$ 为增函数, 求 k 的取值范围;

(2) 当 $k > 3$ 时, 判断 $f(x)$ 的零点的个数, 并证明你的结论.

▲

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 那么按所做的第一题计分.

22. 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】(本小题满分 10 分) 设点 P, Q 都在曲线 $C: \begin{cases} x = 4\cos \varphi, \\ y = 2\sin \varphi \end{cases}$ (φ 为参数) 上, 且点

P 对应的参数 α 与点 Q 对应的参数 β 满足 $\beta = 2\alpha (0 \leq \alpha < 2\pi)$, M 为 PQ 的中点 (当点 P 与点 Q 重合时, 点 M 也与点 P, Q 重合).

(1) 求点 M 的轨迹的参数方程;

(2) 判断点 M 的轨迹是否过坐标原点 O , 证明你的结论.

▲

23. 【选修 4-5: 不等式选讲】(本小题满分 10 分) 已知关于 x 的不等式 $|x + a| < b$ 的解集为 $(1, 3)$.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 求 $\sqrt{at + 8} + \sqrt{bt + 5}$ 的最大值.

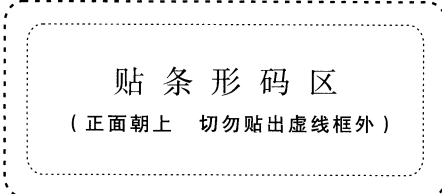
▲

版权所有 盗版必究 严禁影印网传

成都石室中学2021~2022学年度上期
高2022届10月月考
理科数学答题卡

姓名 _____ 座位号

准考证号



考生禁涂	注意 事项	1. 答题前，考生务必先认真核对条形码上的姓名、准考证号和座位号，无误后将本人姓名、准考证号和座位号填写在相应位置上。 2. 选择题填涂时，必须使用2B铅笔按 图示规范填涂；非选择题必须使用0.5毫米黑色字迹的钢笔或签字笔作答；作图题可先用铅笔绘出，确认后再用0.5毫米黑色字迹的钢笔或签字笔描清楚。 3. 必须在题目所指示的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效，在草稿纸、试卷上答题无效。 4. 保持答题卡清洁、完整，严禁折叠，严禁使用涂改液和修正带。
缺考标记 <input type="checkbox"/> 缺考考生由监考员贴条形码，并用2B铅笔填涂上面的缺考标记。		

选择题 (考生须用2B铅笔填涂)

1 (A) (B) (C) (D)	5 (A) (B) (C) (D)	9 (A) (B) (C) (D)
2 (A) (B) (C) (D)	6 (A) (B) (C) (D)	10 (A) (B) (C) (D)
3 (A) (B) (C) (D)	7 (A) (B) (C) (D)	11 (A) (B) (C) (D)
4 (A) (B) (C) (D)	8 (A) (B) (C) (D)	12 (A) (B) (C) (D)

非选择题 (考生须用0.5毫米黑色字迹的钢笔或签字笔书写)

二、填空题 (共20分)

13. _____ 14. _____

15. _____ 16. _____

三、解答题 (共70分)

17. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

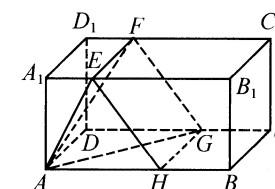
18. (12分)

18. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

19. (12分)



19. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

考生 必填	姓名	<input type="text"/>	座位号	<input type="text"/>	<input type="text"/>
	考生务必将姓名、座位号用0.5毫米黑色字迹的钢笔或签字笔认真填写在书写框内，座位号的每个书写框内只能填写一个阿拉伯数字。				

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

20. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

21. (12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效

选做题 (10分)

题号 ()	涂黑	22. <input type="checkbox"/>	23. <input type="checkbox"/>	该题为选做题，请考生在22、23题中任选一道作答.如果多做，那么按所做第一道计分.
-----------	----	------------------------------	------------------------------	---

请在各题目的答题区域内作答，超出答题区域的答案无效