成都市2015级高中毕业班第二次诊断性检测

数学(理科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第Ⅰ卷(选择题)1至2页,第Ⅱ卷(非选择题)3至4页,共4页,满分150分,考试时间120分钟。

注意事项:

1.答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。

2.答选择题时,必须使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。

3.答非选择题时,必须使用0.5毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。

4.所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。

5.考试结束后,只将答题卡交回。

第Ⅰ卷(选择题,共60分)

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.设集合 $P=\{x\mid |x-1|<1\}$,$Q=\{x\mid -1<x<2\}$,则 $P\cap Q=$

(A)$(-1,\frac{1}{2})$　　(B)$(-1,2)$　　(C)$(1,2)$　　(D)$(0,2)$

2.已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,1)$,$\boldsymbol{b}=(3,4)$,$\boldsymbol{c}=(k,2)$.若 $(3\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\parallel\boldsymbol{c}$,则实数 k 的值为

(A)-8　　(B)-6　　(C)-1　　(D)6

3.若复数 z 满足 $(1+\mathrm{i})z=1-2\mathrm{i}^3$,则 $|z|$ 等于

(A)$\frac{\sqrt{10}}{2}$　　(B)$\frac{3}{2}$　　(C)$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　(D)$\frac{1}{2}$

4.设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n.若 $S_4=20$,$a_5=10$,则 $a_{16}=$

(A)-32　　(B)12　　(C)16　　(D)32

5.已知 m,n 是空间中两条不同的直线,α,β 为空间中两个互相垂直的平面,则下列命题正确的是

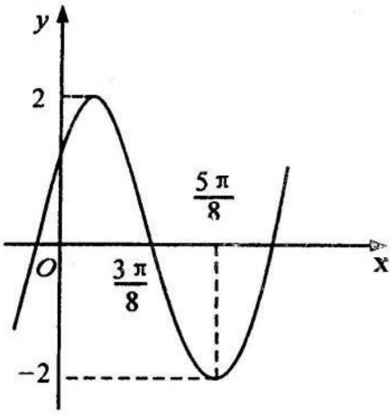
(A)若 $m\subset\alpha$,则 $m\perp\beta$　　(B)若 $m\subset\alpha$,$n\subset\beta$,则 $m\perp n$

(C)若 $m\not\subset\alpha$,$m\perp\beta$,则 $m\parallel\alpha$　　(D)若 $\alpha\cap\beta=m$,$n\perp m$,则 $n\perp\alpha$

6.若 $(x-\frac{a}{\sqrt{x}})^6$ 的展开式中含 $x^{\frac{3}{2}}$ 项的系数为160,则实数 a 的值为

(A)2　　(B)-2　　(C)$2\sqrt{2}$　　(D)$-2\sqrt{2}$

7. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示. 现将函数 $f(x)$ 图象上的所有点向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象,则函数 $g(x)$ 的解析式为



(A) $g(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{4})$　　(B) $g(x)=2\sin(2x+\frac{3\pi}{4})$

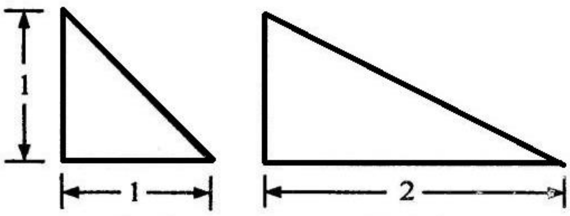
(C) $g(x)=2\cos 2x$　　(D) $g(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{4})$

8. 若 x 为实数,则“$\frac{\sqrt{2}}{2}\leqslant x\leqslant 2\sqrt{2}$”是“$2\sqrt{2}\leqslant\frac{x^2+2}{x}\leqslant 3$”成立的

(A)充分不必要条件　　(B)必要不充分条件

(C)充要条件　　(D)既不充分也不必要条件

9.《九章算术》中将底面为长方形,且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥称之为“阳马”. 现有一阳马,其正视图和侧视图是如图所示的直角三角形. 若该阳马的顶点都在同一个球面上,则该球的体积为



正视图　　侧视图

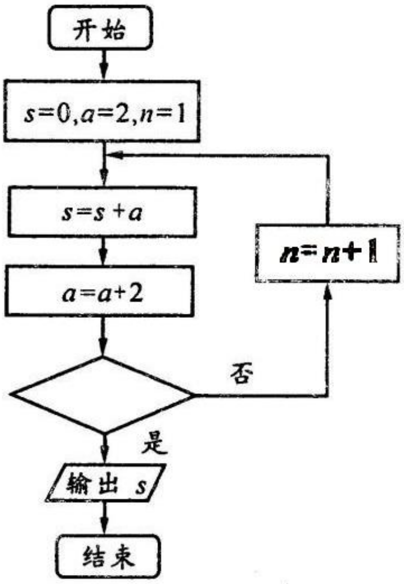
(A) $\frac{8\sqrt{6}\pi}{3}$　　(B) $8\sqrt{6}\pi$

(C) $\sqrt{6}\pi$　　(D) 24π

10. 执行如图所示的程序框图,若输出的结果为 56,则判断框中的条件可以是

(A) $n\leqslant 7$?　　(B) $n>7$?

(C) $n\leqslant 6$?　　(D) $n>6$?



11. 已知函数 $f(x)=\frac{m}{x}-1-n\ln x(m>0,0\leqslant n\leqslant \mathrm{e})$ 在区间$[1,\mathrm{e}]$内有唯一零点,则 $\frac{n+2}{m+1}$ 的取值范围为

(A)$[\frac{\mathrm{e}+2}{\mathrm{e}^2+\mathrm{e}+1},\frac{\mathrm{e}}{2}+1]$　　(B)$[\frac{2}{\mathrm{e}+1},\frac{\mathrm{e}}{2}+1]$

(C)$[\frac{2}{\mathrm{e}+1},1]$　　(D)$[1,\frac{\mathrm{e}}{2}+1]$

12. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 右支上的一点 P,经过点 P 的直线与双曲线 C 的两条渐近线分别相交于 A,B 两点. 若点 A,B 分别位于第一,四象限,O 为坐标原点. 当 $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{PB}$ 时,$\triangle AOB$ 的面积为 $2b$,则双曲线 C 的实轴长为

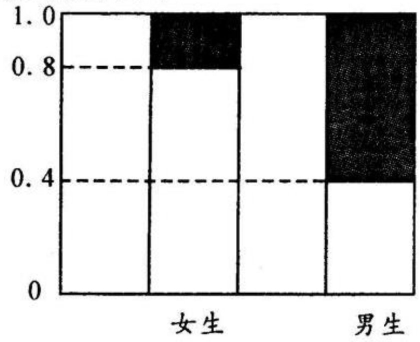
(A) $\frac{32}{9}$　　(B) $\frac{16}{9}$　　(C) $\frac{8}{9}$　　(D) $\frac{4}{9}$

第Ⅱ卷(非选择题,共 90 分)

二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分. 把答案填在答题卡上.

13. 已知 $a=2^{\frac{1}{3}}$, $b=(\frac{1}{2})^{\frac{2}{3}}$, 则 $\log_2(ab)=$ ______.

14. 如图是调查某学校高三年级男女学生是否喜欢篮球运动的等高条形图,阴影部分的高表示喜欢该项运动的频率. 已知该年级男生女生各 500 名(假设所有学生都参加了调查),现从所有喜欢篮球运动的同学中按分层抽样的方式抽取 32 人,则抽取的男生人数为 ______.



15. 已知抛物线 $C: y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F,准线 l 与 x 轴的交点为 A,P 是抛物线 C 上的点,且 $PF\perp x$ 轴. 若以 AF 为直径的圆截直线 AP 所得的弦长为 2,则实数 p 的值为 ______.

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 共 16 项,且 $a_1=1$,$a_8=4$. 记关于 x 的函数 $f_n(x)=\frac{1}{3}x^3-a_nx^2+(a_n^2-1)x$,$n\in\mathbf{N}^*$. 若 $x=a_{n+1}(1\leqslant n\leqslant 15)$ 是函数 $f_n(x)$ 的极值点,且曲线 $y=f_8(x)$ 在点 $(a_{16},f_8(a_{16}))$ 处的切线的斜率为 15. 则满足条件的数列 $\{a_n\}$ 的个数为 ______.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}-\cos^2\frac{x}{2}+\frac{1}{2}$.

(Ⅰ)求函数 $f(x)$ 的单调递减区间;

(Ⅱ)若 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,$f(A)=\frac{1}{2}$,$a=\sqrt{3}$,$\sin B=2\sin C$,求 c.

18. (本小题满分 12 分)

近年来,共享单车已经悄然进入了广大市民的日常生活,并慢慢改变了人们的出行方式. 为了更好地服务民众,某共享单车公司在其官方 **APP** 中设置了用户评价反馈系统,以了解用户对车辆状况和优惠活动的评价. 现从评价系统中选出 200 条较为详细的评价信息进行统计,车辆状况和优惠活动评价的 2×2 列联表如下:

	对优惠活动好评	对优惠活动不满意	合　计
对车辆状况好评	100	30	130
对车辆状况不满意	40	30	70
合　计	140	60	200

(Ⅰ)能否在犯错误的概率不超过 0.001 的前提下认为优惠活动好评与车辆状况好评之间有关系?

(Ⅱ)为了回馈用户,公司通过 **APP** 向用户随机派送每张面额为 0 元,1 元,2 元的三种骑行券. 用户每次使用 **APP** 扫码用车后,都可获得一张骑行券. 用户骑行一次获得 1 元券,获得 2 元券的概率分别是 $\frac{1}{2}$,$\frac{1}{5}$,且各次获取骑行券的结果相互独立. 若某用户一天使用了两次该公司的共享单车,记该用户当天获得的骑行券面额之和为 X,求随机变量 X 的分布列和数学期望.

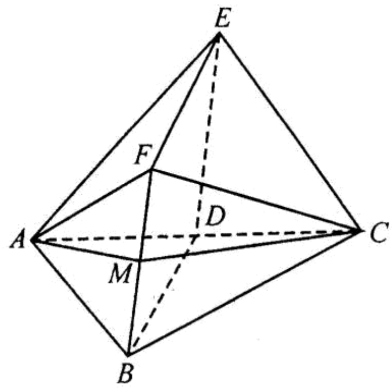
参考数据:

$P(K^2\geqslant k)$	0.150	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

参考公式：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

19.（本小题满分 12 分）

如图，D 是 AC 的中点，四边形 $BDEF$ 是菱形，平面 $BDEF\perp$ 平面 ABC，$\angle FBD=60^\circ$，$AB\perp BC$，$AB=BC=\sqrt{2}$.



（Ⅰ）若点 M 是线段 BF 的中点，证明：$BF\perp$ 平面 AMC；

（Ⅱ）求平面 AEF 与平面 BCF 所成的锐二面角的余弦值.

20.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2，左顶点为 A，离心率为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，点 B 是椭圆上的动点，$\triangle ABF_1$ 的面积的最大值为 $\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）设经过点 F_1 的直线 l 与椭圆 C 相交于不同的两点 M,N，线段 MN 的中垂线为 l'. 若直线 l' 与直线 l 相交于点 P，与直线 $x=2$ 相交于点 Q，求 $\dfrac{|PQ|}{|MN|}$ 的最小值.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x\ln x+ax+1$，$a\in\mathbf{R}$.

（Ⅰ）当 $x>0$ 时，若关于 x 的不等式 $f(x)\geqslant 0$ 恒成立，求 a 的取值范围；

（Ⅱ）当 $n\in\mathbf{N}^*$ 时，证明：$\dfrac{n}{2n+4}<\ln^2 2+\ln^2\dfrac{3}{2}+\cdots+\ln^2\dfrac{n+1}{n}<\dfrac{n}{n+1}$.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分. 作答时，用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑.

22.（本小题满分 10 分）选修 4－4：极坐标与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=2\sqrt{3}\cos\alpha\\ y=2\sin\alpha\end{cases}$，其中 α 为参数，$\alpha\in(0,\pi)$. 在以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴的极坐标系中，点 P 的极坐标为 $(4\sqrt{2},\dfrac{\pi}{4})$，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\sin(\theta-\dfrac{\pi}{4})+5\sqrt{2}=0$.

（Ⅰ）求直线 l 的直角坐标方程与曲线 C 的普通方程；

（Ⅱ）若 Q 是曲线 C 上的动点，M 为线段 PQ 的中点. 求点 M 到直线 l 的距离的最大值.

23.（本小题满分 10 分）选修 4－5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=|2x+1|+|x-1|$.

（Ⅰ）解不等式 $f(x)\geqslant 3$；

（Ⅱ）记函数 $f(x)$ 的最小值为 m. 若 a,b,c 均为正实数，且 $\dfrac{1}{2}a+b+2c=m$，求 $a^2+b^2+c^2$ 的最小值.